ZESZYTY NAUKOWE
WYŻSZEJ SZKOŁY BANKOWEJ W POZNANIU
2024, T. 104, NR 1

**ANNA GOMOLA**
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
Kolegium Gospodarki i Administracji Publicznej
https://orcid.org/0000-0002-1121-4958
e-mail: gomolaa@uek.krakow.pl

# Analiza wrażliwości wyników estymacji współczynnika beta w modelu CAPM dla sektora spożywczego

**Streszczenie.** Celem artykułu jest oszacowanie poziomu ryzyka aktywów finansowych za pomocą modelu CAPM. Szacowanie parametrów w modelu CAPM odbywa się za pomocą klasycznej metody regresji liniowej, ponieważ zakłada się, że składnik losowy posiada rozkład normalny. Tymczasem rozkłady finansowych szeregów czasowych nie posiadają rozkładu normalnego z powodu dużej liczby obserwacji odstających. W badaniu opisanym w artykule rozluźnione zostało założenie dotyczące normalności rozkładu składnika losowego w regresji CAPM w celu dopuszczenia grubych ogonów oraz asymetrii charakterystycznych dla rozkładów finansowych szeregów czasowych. Analizy zostały przeprowadzone dla sektora spożywczego na rynku polskim i amerykańskim. Oszacowany w ten sposób składnik losowy pozwolił uzyskać większą zgodność modelu z danymi empirycznymi aniżeli w przypadku klasycznego modelu CAPM.

**Słowa kluczowe:** CAPM, ryzyko, finansowe szeregi czasowe, asymetryczny rozkład t-studenta

https://doi.org/10.58683/dnswsb.1963

## 1. Wprowadzenie

Wyjaśnienie czynników wpływających na ryzyko inwestycyjne jest od dekad przedmiotem zainteresowania zarówno inwestorów, jak i badaczy. Jak powszechnie wiadomo, ryzyko jest nieodłącznym elementem inwestycji, a właściwa wycena instrumentu finansowego pozwala na uniknięcie powiązanych z nią strat finansowych. Pojęcie ryzyka jest złożone i dlatego bardzo trudno je jednoznacznie zdefiniować.

Literatura definiuje ryzyko jako niespodziewany lub niezamierzony wynik decyzji (Ansell i Wharton, 1995). W teorii inwestycji wyróżnia się wiele rodzajów ryzyka, takich jak: ryzyko bankructwa, biznesu, finansowe, kursów walut, niewypłacalności, operacyjne, polityczne, płynności, rynkowe, siły nabywczej, stopy procentowej, wydarzeń, zarządzania. W tym artykule skoncentrujemy się na ryzyku rynkowym. Ryzyko rynkowe należy podzielić na dwie kategorie: ryzyko systematyczne oraz ryzyko niesystematyczne. Ryzyko niesystematyczne dotyczy pojedynczego instrumentu finansowego i może zostać obniżone poprzez dywersyfikacje portfela aktywów (Montgomery i Singh, 1984). Z kolei ryzyko systematyczne dotyczy całego rynku i nie podlega dywersyfikacji. Na ryzyko systematyczne wpływa ogrom czynników ogólnogospodarczych, takich jak cykl koniunkturalny, inflacja, ale również ustrój polityczny oraz polityka monetarna. Suma ryzyka systematycznego oraz niesystematycznego to ryzyko rynkowe (Ostrowska, 2002).

W literaturze powstało wiele modeli oraz teorii, które próbowały wyjaśnić, co konkretnie wpływa na ryzyko rynkowe oraz na stopy zwrotu z aktywów. Jednym z pierwszych oraz najważniejszych modeli dotyczących tej tematyki jest model stworzony przez Harry'ego Markowitza, nazywany teorią portfela. Jedną z najważniejszych modyfikacji rozbudowujących teorię Markowitza stał się model CAPM. Model CAPM (ang. *Capital Asset Pricing Model*), nazywany również modelem równowagi rynku kapitałowego, jest jednym z najpopularniejszych modeli wykorzystywanych do wyceny ryzyka portfeli aktywów finansowych i zakłada liniową zależność pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu z danego aktywu finansowego a ryzykiem rynkowym. Kluczowym parametrem w modelu CAPM jest współczynnik beta mierzący ryzyko systematyczne.

W literaturze przedmiotu przeprowadzono wiele badań w celu empirycznego potwierdzenia lub odrzucenia zależności przedstawionej w modelu CAPM, aczkolwiek jednoznaczne stwierdzenie, czy opisana w modelu CAPM zależność jest poprawna, nadal pozostaje kwestią otwartą (Fama i French, 1992, 1998; Black, 1972; Zhou i Yin, 2003). Badania były prowadzone na wielu płaszczyznach; analizowano dane z wielu rynków, takich jak Stany Zjednoczone, Wielka Brytania, Polska, Turcja, Pakistan, Hong Kong, Tajwan, Singapur, Meksyk, Australia, Etiopia czy Nigeria. Przekrój otrzymanych wyników badań jest bardzo szeroki.

Celem artykułu jest sprawdzenie, jak modyfikacja założeń stochastycznych w modelu regresji modelu CAPM wpływa na wartość współczynnika beta. Ta modyfikacja będzie polegać na rozluźnieniu założeń dotyczących rozkładu prawdopodobieństwa składnika losowego w regresji CAPM w celu dopuszczenia grubych ogonów oraz asymetrii (Gomola, 2021). Ponadto zostanie sprawdzona wrażliwość estymacji współczynnika beta ze względu na częstotliwość danych.

## 2. Model CAPM: podstawowe informacje

Koncepcja CAPM została opracowana niezależnie przez trzech badaczy: Williama Sharpe'a (1964), Johna Lintnera (1965) oraz Jana Mossina (1966). Model CAPM zawiera dwa kluczowe równania, które opisują zależności pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem portfela inwestycyjnego. Pierwsze równanie to linia rynku kapitałowego (ang. *Capital Market Line* — CML), drugie równanie to linia aktywu finansowego (ang. *Security Market Line* — SML). Linia CML opisuje zależności dochodu od ryzyka całkowitego dla portfeli efektywnych, SML z kolei opisuje zależności dochodu od ryzyka systematycznego dla portfeli dobrze wycenionych.

Aby zależność opisana w modelu CAPM była prawdziwa, muszą być spełnione określone założenia. Po pierwsze, wszyscy inwestorzy dokonują wyboru na podstawie dwóch zmiennych: oczekiwanej stopy zwrotu oraz wariancji aktywu. Po drugie, wszyscy inwestorzy posiadają jednakowy horyzont inwestycyjny oraz homogeniczne oczekiwania wobec stóp zwrotu z danych aktywów finansowych. Ponadto rynek kapitałowy w modelu CAPM jest rynkiem doskonałym. Oznacza to, że jest doskonale płynny, nie ma kosztów transakcyjnych, podatków i ograniczeń krótkiej sprzedaży. Należy dodać, że wszystkie aktywa są idealnie podzielne oraz odzwierciedlają od razu nowe informacje docierające na rynek. Ostatnim założeniem jest to, że inwestorzy mogą pożyczać pieniądze bez żadnych restrykcji według stopy wolnej od ryzyka (Jajuga i Jajuga, 2007; Dębski, 2010). Ponadto zakłada się, że oczekiwana stopa zwrotu z aktywów finansowych jest ich historyczną średnią stopą zwrotu. Kolejnym założeniem modelu CAPM jest to, że stopy zwrotu z aktywów finansowych są opisane niezależnymi zmiennymi losowymi tworzącymi stacjonarny proces stochastyczny oraz posiadają rozkład normalny (Barucci i Fontana, 2003). Model CAPM dany jest następującą formułą (Greene, 2012):

$$E(r_x) - r_f = \beta \times E(r_m) - r_f \quad (1)$$

gdzie $r_x$ oznacza stopę zwrotu z badanego aktywu finansowego; $\mathrm{E}(r_x)$ oznacza oczekiwaną stopę zwrotu z badanego aktywu finansowego; $r_m$ oznacza stopę zwrotu z portfela rynkowego; $\mathrm{E}(r_m)$ oznacza oczekiwaną stopę zwrotu z portfela rynkowego; $r_f$ oznacza stopę zwrotu z inwestycji wolnej od ryzyka.

Kluczowym parametrem w modelu CAPM jest współczynnik beta (β), który interpretuje się jako ryzykowność badanego aktywu w relacji do ryzykowności portfela rynkowego. Oznacza to, że jeżeli współczynnik $\beta = 1$ , to oczekiwana stopa zwrotu z aktywu finansowego jest równa oczekiwanej stopie zwrotu z portfela rynkowego. Analogicznie interpretuje się sytuacje, kiedy $\beta > 1$; wówczas oczekiwana stopa zwrotu z aktywu finansowego jest większa niż ta z portfela rynkowego. Gdy wartość współczynnika β < 1, oczekiwana stopa zwrotu z aktywu finansowego jest mniejsza niż ta z portfela rynkowego. Założenia modelu CAPM umożliwiają wykazanie istnienia łącznego rozkładu $r_x$ i $r_m$ o wartościach oczekiwanych z formuły (1) odpowiednio $E(r_x)$ oraz $E(r_m)$, wariancjach $Var(r_x)$ oraz $Var(r_m)$ i kowariancji $Cov(r_x, r_m)$. Ponadto założenia modelu CAPM umożliwiają wyrażenie współczynnika β jako funkcję momentów drugiego rzędu (wariancji i kowariancji) łącznego rozkładu $r_x$ i $r_m$:

$$\beta = \frac{Cov(r_x, r_m)}{Var(r_m)} \quad (2)$$

Wstawiając β do równania (1), otrzymujemy zależność wynikającą z modelu CAPM, która polega na funkcyjnym związaniu momentów rozkładów $r_x$ i $r_m$:

$$E(r_x) - r_f = \frac{Cov(r_x, r_m)}{Var(r_m)} \times (E(r_m) - r_f) \quad (3)$$

W analizach empirycznych rozkłady, których istnienie postuluje CAPM, są nieznane i podlegają estymacji. Rozważa się też model regresji CAPM dany jako (Greene, 2012):

$$r_t - r_t^f = \beta_0 + \beta_1 \times (r_t^m - r_t^f) + \varepsilon_t \quad (4)$$

gdzie $\mathrm{r}_t$ oznacza obserwację numer $t$ na stopie zwrotu z badanego aktywu; $\mathrm{r}_t^m$ oznacza obserwację numer $t$ na stopie zwrotu z portfela rynkowego; $\mathrm{r}_t^f$ oznacza obserwację numer $t$ na stopie zwrotu z inwestycji wolnej od ryzyka.

## 3. Przegląd literatury

Pierwszą formą badań nad poprawnością modelu CAPM było uzupełnienie modelu o dodatkową zmienną. Pierwszą taką modyfikacją był wielokresowy model CAPM (ang. *Intertemporal* CAPM, ICAPM). Model ICAPM jest modyfikacją modelu CAPM poszerzoną o zmienną opisującą konsumpcję. Inwestorzy podejmują decyzje dotyczące wielkości inwestycji oraz wielkości konsumpcji mające wpływ na ich zamożność w całym horyzoncie życia (Merton, 1973). Kolejna modyfikacja modelu CAPM to CCAPM (ang. *Consumption Capital Asset Pricing Model*, CCAPM), która zakładała, że współczynnik beta aktywu zależy również od zmiennej konsumpcji (Breeden, 1979).

Ponadto model CAPM próbowano rozszerzyć, dodając do niego zmienne makroekonomiczne, i takie rozszerzenie modelu w literaturze określane jest jako

MAPM (ang. *Macroeconomic Asset Pricing Model*). Niniejszy model został rozszerzony o zmienne, takie jak amerykańska stopa procentowa, amerykańskie obligacje długoterminowe (ang. *the U.S. government long-term bond rate*) oraz kurs walutowy dla par walut USD/EUR (Pham, 2020a).

Kolejny nurt badań dotyczył modyfikacji poszczególnych założeń modelu CAPM, ponieważ założenia pierwotne były niemożliwe do spełnienia w warunkach rzeczywistych. Po pierwsze, w warunkach rynkowych istnieją podatki dochodowe oraz podatki od zysków kapitałowych. Dlatego próbą modyfikacji założeń modelu CAPM było zbadanie modelu CAPM z dywidendami oraz podatkami. Inwestorzy oczekują wyższej stopy zwrotu, gdy oczekiwana dywidenda jest większa, ponieważ zyski z kapitału oraz dywidendy objęte są podatkiem dochodowym. Jednak uwzględnienie w modelu CAPM podatków oraz dywidend nie dało dokładniejszych oszacowań parametru aniżeli w klasycznym modelu CAPM (Brennan, 1970). Takie same wnioski otrzymano, weryfikując model CAPM ze zmienną opisującą wskaźnik wypłaty dywidendy (Black i Scholes, 1974). Należy jednak dodać, że decyzje o wypłacie zysku netto w postaci dywidendy lub jego zatrzymaniu przez spółki znacząco wpływają na ceny poszczególnych akcji, a to już realnie wpływa na kształtowanie się kursu cen danej spółki (Litzenberger i Ramaswamy, 1979). Różnic w otrzymanych wynikach należy upatrywać w przyjętej przez badaczy metodologii. Jednak wątek podatków i dywidend nie był kontynuowany powszechnie przez innych uczonych. Również modyfikacja modelu CAPM z włączeniem aktywów finansowych niehandlowych (ang. *non traded assets*) nie przyniosła spektakularnych wyników w empirycznej weryfikacji modelu CAPM. Jednak dodanie do modelu CAPM zmiennych opisujących kapitał ludzki poprawiło nieznacznie wyniki poprawności modelu. Testy statystyczne nie pozwoliły jednak uznać go za wiarygodny (Mayers i Smith, 1983).

Inny obszar badań dopatrywał się niemożliwości empirycznej weryfikacji modelu CAPM w niemożności zdefiniowania portfela rynkowego. Należy tu wskazać pracę Rolla (1977) kwestionującą istnienie portfela rynkowego.

Ponadto niemożliwą do spełnienia w warunkach rynkowych przesłanką jest założenie dotyczące homogenicznych oczekiwań wobec stóp zwrotu ze strony inwestorów. Jak powszechnie wiadomo, na rynku kapitałowym mamy inwestorów o różnych preferencjach, dotyczących między innymi horyzontu inwestycyjnego, awersji do ryzyka, oczekiwanej stopy zwrotu. Z tego wynika, że w warunkach rynkowych nie jest możliwe, aby wszyscy inwestorzy mieli takie same oczekiwania (Berk, 1997).

Anomalie w modelu CAPM mogą również mieć swoje źródło w zachowaniu inwestorów, które nie zawsze jest racjonalne. Dlatego model CAPM był przedmiotem badań także w dziedzinie finansów behawioralnych. Przede wszystkim uczestnicy rynku kapitałowego zbyt optymistycznie prognozują wyniki finansowe spółek, przez co ich aktywa są nieprawidłowo wycenione. Weryfikacje empiryczne dowodzą ponadto, że uczestnicy rynku nie podejmują decyzji zgodnie z założeniami standardowej teorii użyteczności (ang. *utility theory*), czyli nie zawsze dążą do maksymalizacji zysku (Kahneman i Tversky, 1979). Inwestorzy nie zawsze mają dobrze zdywersyfikowane portfele inwestycyjne (Fu, 2009).

Kolejny nurt badań zakładał alternatywne metody szacowania parametrów. W wersji teoretycznej model CAPM jest szacowany za pomocą metody najmniejszych kwadratów (MNK). Metoda MNK zakłada, że składnik losowy posiada rozkład normalny. Jednak jak powszechnie wiadomo, szeregi czasowe posiadają dużą liczbę obserwacji odstających wpływających na poprawność modelu, zaś MNK jest bardzo wrażliwa, gdy badany szereg czasowy posiada dużą ilość takich obserwacji. Model CAPM estymowany z pominięciem obserwacji odstających przewyższył w znacznym stopniu model CAPM estymowany normalnie dla giełdy australijskiej (Gray, 2005). Jednak pomijanie w równaniu regresji obserwacji odstających nie jest poprawne. Jak wykazały badania, nawet pojedyncze obserwacje odstające mogą znacznie wpływać na wielkość szacowanego współczynnika beta (Chan i Lakonishok, 1992). Kolejna próba poradzenia sobie z obserwacjami odstającymi to metoda, która uwzględniałaby wagę danych (ang. *weighted least squares* — WLS). Badania pokazały, że zaproponowana metoda dała lepsze dopasowanie aniżeli klasyczna MNK. Obliczenia były przeprowadzone na danych tygodniowych dla spółek notowanych w indeksach NYSE, AMEX oraz NASDAQ w okresie od stycznia 1992 do grudnia 1996 (Martin i Simin, 2003).

## 4. Proponowana metodologia

W klasycznym podejściu w modelu CAPM estymacja parametru beta odbywa się za pomocą metody największej wiarygodności, MNW (ang. *maximum likelihood estimation* — MLE), która przy standardowych założeniach klasycznego modelu normalnej regresji liniowej (KMNRL) sprowadza się do metody najmniejszych kwadratów (MNK). Metoda MNK zakłada, że składnik losowy posiada rozkład normalny. Wspomniana empiryczna niezasadność klasycznego schematu regresji jest motywacją do poszukiwań właściwej struktury stochastycznej w celu prawidłowej oceny ryzykowności aktywów według modelu CAPM. Prace na temat modelowania grubych ogonów z wykorzystaniem procesów typu ARCH zapoczątkowały współczesną ekonometrię finansową (Engle, 1982; Bollerslev, 1986). W literaturze istniały wcześniej również podejścia umożliwiające analizy grubych ogonów w finansowych szeregach czasowych, które bezpośrednio korzystały z rozkładu t-Studenta.

Rozkład t-Studenta jest bardziej leptokurtyczny aniżeli rozkład normalny i stanowi od dekad narzędzie modelowania obserwacji nietypowych (Praetz, 1972; Blattberg i Gonedes, 1974).

Poniżej przedstawiono opis rozkładu składnika losowego za pomocą MNW oraz niegaussowskich i bogato sparametryzowanych rodzin rozkładów. Umożliwi to dokładniejszą empiryczną weryfikację modelu CAPM. Składnik losowy modelu CAPM zostanie opisany za pomocą czterech różnych rozkładów zaproponowanych przez Harveya i Langego (2017), pozwalających modelować skośność i asymetrię zarówno lewostronną, jak i prawostronną. Pierwszy z nich to rozkład symetryczny, drugi to rozkład skośny, trzeci — rozkład asymetryczny, czwarty — rozkład skośno-asymetryczny. Powyższa metoda została również użyta dla sektora bankowego dla Polski i Stanów Zjednoczonych (Gomola i Pipień, 2022)

Załóżmy, że mamy zmienną losową o zerowej modalnej oraz rozproszeniu. Zakładamy, że $\eta > 0$ oraz $\upsilon > 0$. Wtedy funkcja gęstości rozkładu dana jest wzorem:

$$P(z|\eta,\upsilon) = K(\eta,\upsilon)\ (1 + \frac{1}{\eta}\,|z|^{\upsilon})^{-\frac{\eta+1}{\upsilon}} \quad (5)$$

Stała $K(\eta,\upsilon)$ dana jest wzorem:

$$K(\eta,\upsilon) = \frac{1}{2\eta^{\frac{1}{\upsilon}}}\,\frac{1}{B(\frac{1}{\upsilon},\frac{\eta}{\upsilon})} \quad (6)$$

*B* to funkcja beta. Parametr $\upsilon > 0$ kontroluje kształt rozkładu wokół modalnej. Jeżeli założymy, że parametr $\upsilon = 2$, to otrzymamy rozkład t-Studenta. Z kolei parametr $\eta > 0$ opisuje ogony rozkładu oraz determinuje momenty rozkładu tylko w przypadku, gdy parametr ten wynosi $\upsilon = 2$.

Aby modelować skośność rozkładu, należy wprowadzić do wzoru odwrotność parametrów (Ferreira i Steel, 2006). Tak otrzymana funkcja gęstości prawdopodobieństwa pozwala modelować parametr skośności wokół modalnej rozkładu t-Studenta (Fernández i Steel, 1998; Hansen, 1994). Rozkład skośny dany jest wzorem. Zakładamy, że $\alpha \in (0,1)$ z $\alpha = 0{,}5$

Gdy $z \leq 0$

$$P(z|\eta,\upsilon,\alpha) = K(\eta,\upsilon)\ (1 + \frac{1}{\eta}\,|\frac{z}{2\alpha}|^{\upsilon})^{-\frac{\eta+1}{\upsilon}} \quad (7)$$

Gdy $z > 0$

$$P(z|\eta,\upsilon,\alpha)= K(\eta,\upsilon)\ (1 + \frac{1}{\eta}\,|\frac{z}{2(1-\alpha)}|^{\upsilon})^{-\frac{\eta+1}{\upsilon}} \quad (8)$$

Wtedy prawdopodobieństwo dla zmiennej losowej $z$, która nie jest dodatnia, dane jest wzorem:

$$P(z \leq 0) = \alpha$$

Aby móc modelować asymetrie rozkładu, możliwe jest użycie metody połączenia dwóch rozkładów skośnych i w ten sposób stworzenie uogólnienia rozkładu t-Studenta (Zhu i Galbraith, 2010). Rozkład asymetryczny dany wzorem:

Gdy $z \leq 0$

$$P(z|\ \eta_L,\upsilon_L,\eta_R,\upsilon_R) = K_{LR}(1 + \frac{1}{\eta_L}\ |z|^{\upsilon_L})^{-\frac{\eta_L+1}{\upsilon_L}} \quad (9)$$

Gdy $z > 0$

$$P(z|\ \eta_L,\upsilon_L,\eta_R,\upsilon_R) = K_{LR}(1 + \frac{1}{\eta_R}\ |z|^{\upsilon_R})^{-\frac{\eta_R+1}{\upsilon_R}} \quad (10)$$

Normalizująca stała $K$ dana jest wzorem:

$$K_{LR} = \frac{1}{\frac{0,5}{K(\eta_L,\upsilon_L)} + \frac{0,5}{K(\eta_R,\upsilon_R)}} \quad (11)$$

Zmienna opisana takim rozkłatdem może mieć różne parametry $\upsilon$ oraz $\eta$, co pozwala lepiej dopasować kształt rozkładu oraz grubość ogona dla lewej i prawej strony rozkładu. Prawdopodobieństwo dla zmiennej losowej, która nie jest dodatnia, dane jest wzorem:

$$P(z \leq 0) = \frac{K(\eta_L,\upsilon_L)}{\frac{0,5}{K(\eta_L,\upsilon_L)} + \frac{0,5}{K(\eta_R,\upsilon_R)}} \quad (12)$$

Kiedy połączymy rozkład skośny z rozkładem asymetrycznym, to gęstość rozkładu dla zmiennej losowej $z$ dana jest wzorem:

Gdy $z \leq 0$

$$P(z|\ \eta_L,\upsilon_L,\eta_R,\upsilon_R,\alpha) = H_{LR}(1 + \frac{1}{\eta_L}\ |\frac{z}{2\alpha}|^{\upsilon_L})H_{LR}(1 + \frac{1}{\eta_L}\ |\frac{z}{2\alpha}|^{\upsilon_L})^{-\frac{\eta_L+1}{\upsilon_L}} \quad (13)$$

Gdy $z > 0$

$$P(z|\ \eta_L,\upsilon_L,\eta_R,\upsilon_R,\alpha) = H_{LR}(1 + \frac{1}{\eta_R}\ |\frac{z}{2(1-\alpha)}|^{\upsilon_R})^{-\frac{\eta_R+1}{\upsilon_R}} \quad (14)$$

Gdzie stała normalizująca

$$H_{LR} = \frac{1}{\frac{\alpha}{K(\eta_L,\upsilon_L)} + \frac{1-\alpha}{K(\eta_R,\upsilon_R)}} \quad (15)$$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma zerową modalną oraz parametr skali. Poniższe równanie definiuje prawdopodobieństwo dla losowej zmiennej $z$, która nie jest dodatnia (Harvey i Lange, 2017).

$$P(z \leq 0) = \frac{\frac{\alpha}{K(\eta_L,\upsilon_L)}}{\frac{\alpha}{K(\eta_L,\upsilon_L)} + \frac{1-\alpha}{K(\eta_R,\upsilon_R)}} \quad (16)$$

## 5. Charakterystyka sektora spożywczego w Polsce oraz w Stanach Zjednoczonych

W niniejszym artykule przeanalizujemy sektor spożywczy, kluczowy zarówno dla gospodarki Polski, jak i Stanów Zjednoczonych. Marże zysku w branży spożywczej oraz napojów są stosunkowo niewielkie. W branży istnieje znaczna konkurencja cenowa, która przyczynia się do niskich marż zysku, ponieważ firmy rywalizują o proponowanie najbardziej atrakcyjnych ofert, by zdobyć udział w rynku. W Polsce sektor spożywczy ma bardzo wysoki udział w tworzeniu PKB. Wartość dodana sektora spożywczego w 2017 roku stanowiła 13,2% PKB. Polska należy do czołówki europejskich producentów żywności oraz jest bardzo konkurencyjna na rynkach światowych. Sukces eksportowy polskich przedsiębiorców to rezultat wysokiej jakości żywności, takiej jak wędliny, nabiał, artykuły owocowo-warzywne, piekarnicze, słodycze, napoje/soki etc. Te produkty są rozpoznawalne wśród konsumentów, a polska żywność konkuruje na rynkach zagranicznych nie tylko ceną, ale i jakością, zaś rozwój gospodarczy i wzrost zamożności społeczeństwa, w tym na tak przyszłościowych rynkach jak azjatyckie czy afrykańskie, powodują, że to jakość produktów będzie miała coraz większy wpływ na pozycję na danym rynku. W Stanach Zjednoczonych podobnie jak w Polsce przemysł spożywczy jest istotną częścią gospodarki. Sektor ten stanowi około 5% PKB kraju i odpowiada za 10% zatrudnienia. W badanym okresie (1995–2020) wzrost dla sektora spożywczego był stosunkowo niski, rynek był bardziej stabilny niż inne branże produkcyjne w USA, ponieważ popyt na żywność pozostaje stały. Ceny towarów rolnych również pozostawały niskie i spójne, przyczyniając się do tej stabilności.

## 6. Wyniki empiryczne

Analizy zostaną przeprowadzone dla sektora spożywczego w Polsce oraz w Stanach Zjednoczonych. Wszystkie obliczenia zostały opracowane za pomocą oprogramowania R-Studio i ogólnie dostępnego pakietu maxLik (Henningsen i Toomet, 2011). Wykorzystanie danych z rynku kapitałowego z Polski oraz USA pozwoli na porównanie analogicznych branż/działów funkcjonujących w małej gospodarce otwartej oraz w dużej gospodarce, która jest światowym liderem. Dla Polski to WIG-Spożywczy; dla USA to indeks S&P Food & Beverage. Jako stopę wolną od ryzyka wykorzystano rentowności dziesięcioletnich obligacji skarbowych Polski i Stanów Zjednoczonych. Jako portfel rynkowy dla Polski wykorzystany zostanie indeks WIG, a dla Stanów Zjednoczonych indeks SP500. Badane szeregi czasowe to klasyczne stopy zwrotu. Nie policzono logarytmów z danych, ponieważ otrzymany wynik nie może być traktowany wtedy jako miara ryzyka systematycznego (Pham, 2020b).

Dla Polski badany okres to kwiecień 2002 – maj 2020. Z kolei dla Stanów Zjednoczonych badany okres to styczeń 1995 – maj 2020. Zostaną przeanalizowane trzy interwały danych: dane dzienne, tygodniowe oraz miesięczne. Dla Polski będzie to 4539 obserwacji dla danych dziennych; dla danych tygodniowych będzie to 947 obserwacji, a dla miesięcznych 217 obserwacji. W niniejszym artykule parametry CAPM zostaną oszacowane dla indeksów, a nie dla pojedynczych spółek. Użycie stóp zwrotu z indeksów sektorowych pozwala osłabić do pewnego stopnia efekt grubych ogonów oraz asymetrii. Ma to poważne konsekwencje dla przyjmowanych założeń stochastycznych oraz estymacji. Stopy zwrotu z portfeli indeksów charakteryzują się większą regularnością aniżeli stopy zwrotu z pojedynczych spółek. Oznacza to, że wartość akcji poszczególnych spółek nie będzie definiować całego sektora, a będzie jego wypadkową. Taki dobór danych jest przedmiotem wielu analiz (Blume, 1970; Blume i Friend, 1970; Black i Scholes, 1974; Johnson i Sakoulis, 2008; Korkas, 2009).

W tabelach 1–6 zaprezentowano wyniki estymacji modelu CAPM parametrów oraz $P\ (zt < 0)$ uzyskane w przypadku wszystkich konkurencyjnych rozkładów próbkowania. Dodatkowo dodano wartości prawdopodobieństwa obliczonego przy szacowaniu za pomocą algorytmu największej wiarygodności (MNW). Zaprezentowano wyniki wszystkich szacowanych parametrów modelu CAPM. Parametry $\eta_L$, $\upsilon_L$ odpowiadają za lewostronną asymetrię. Parametry $\eta_R$, $\upsilon_R$ odpowiadają za prawostronną asymetrię. Parametr $\alpha$ odpowiada za skośność rozkładu składnika losowego.

**Tabela 1.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych dziennych sektora WIG-Spożywczy w indeksie WIG w okresie 03.04.2002–29.05.2020 (4539 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,6005 | 0,0140 | 1,3101 | 0,0177 | X | X | X | X | X |
| 0,5235 | 0,0139 | 0,6937 | 0,0182 | 5,0894 | 0,0240 | 1,7383 | 0,0205 | X |
| 0,5249 | 0,0133 | 0,6983 | 0,0189 | 5,2188 | 0,0586 | 1,7891 | 0,0425 | 5,2461 |
| 0,5232 | 0,0139 | 0,6908 | 0,0205 | 5,0650 | 0,0363 | 1,7346 | 0,0252 | X |
| 0,5266 | 0,0134 | 0,6936 | 0,0194 | 4,6916 | 0,0988 | 1,8632 | 0,0444 | 5,0851 |

| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −6945,6250 |
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −6765,1900 |
| 0,0663 | 1,6620 | 0,0401 | X | X | 0,5048 | 0,0021 | −6764,1900 |
| X | X | X | 0,4991 | 0,0051 | 0,4991 | 0,0051 | −6765,1820 |
| 0,0578 | 1,6856 | 0,0421 | 0,4976 | 0,0051 | 0,5054 | 0,0055 | −6764,2540 |

normalny HL symetryczny HL asymetryczny HL skośny HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

**Tabela 2.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych tygodniowych sektora WIG-Spożywczy w indeksie WIG w okresie 03.04.2002–29.05.2020 (947 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,7079 | 0,0293 | 4,7436 | 0,1461 | X | X | X | X | X |
| 0,6478 | 0,0273 | 2,7143 | 0,0823 | 6,8851 | 0,1103 | 1,5862 | 0,0846 | X |
| 0,6466 | 0,0244 | 2,7063 | 0,0575 | 5,8148 | 0,1763 | 1,6757 | 0,0585 | 7,7258 |
| 0,6472 | 0,0268 | 2,7110 | 0,1064 | 6,7212 | 0,0261 | 1,5972 | 0,0604 | X |
| 0,6463 | 0,0242 | 2,6717 | 0,1428 | 4,0548 | 0,4147 | 1,9360 | 0,0923 | 7,5900 |

| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −2080,86 |
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −2039,32 |
| 0,2162 | 1,5491 | 0,0532 | X | X | 0,5079 | 0,0033 | −2039,11 |
| X | X | X | 0,4968 | 0,0111 | 0,4968 | 0,0111 | −2039,28 |
| 0,3557 | 1,5860 | 0,07926963<br>0,01118595 | 0,4823 | 0,0112 | 0,5005 | 0,0112 | −2038,45 |

normalny HL symetryczny HL asymetryczny HL skośny HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

**Tabela 3.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych miesięcznych sektora WIG-Spożywczy w indeksie WIG w okresie 03.04.2002–29.05.2020 (217 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,8024099 | 0,0586974 | 20,1071269 | 0,1310404 | X | X | X | X | X |
| 0,74836 | 0,05959 | 15,21425 | 0,47379 | 6,57348 | 0,37652 | 2,23114 | 0,23338 | X |
| 0,74873 | 0,07193 | 15,27121 | 8,03676 | 6,89784 | 0,51773 | 2,19365 | 1,27425 | X |
| 0,7476 | 0,0593 | 15,1683 | 0,8137 | 9,0157 | 0,4594 | 2,1997 | 0,3846 | 7,2009 |
| 0,74684 | 0,05905 | 15,05556 | 0,46816 | 7,9764 | 0,11471 | 2,3195 | 0,44428 | 6,06358 |

| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | 0,5 | X | −631,4466 |
| X | X | X | X | X | 0,5 | X | −629,1118 |
| X | X | X | 0,4973 | 0,02159 | 0,4973 | 0,02159 | −629,1062 |
| 1,2453 | 1,905 | 0,8184 | X | X | 0,5048693 | 0,002038016 | −628,7874 |
| 0,11951 | 2,00127 | 0,43142 | 0,50771 | 0,02337 | 0,51018595 | 0,01977042 | −628,7489 |

normalny HL symetryczny HL asymetryczny HL skośny HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

Jak widać w tabelach 1–3, wartość funkcji iloczynu wiarygodności (LogLikelihood) w każdym przypadku była dużo mniejsza dla rozkładu normalnego aniżeli dla alternatywnych rozkładów. Również wartość wariancji była niższa dla alternatywnych rozkładów, co oznacza, że lepiej dopasowują się do danych. W przypadku Polski, gdy składnik losowy był opisany rozkładem normalnym, współczynnik przyjmował wyższe wartości aniżeli opisany rozkładami alternatywnymi. Dla danych dziennych współczynnik beta szacowany dla składnika losowego z rozkładem normalnym wynosił 0,60, dla danych tygodniowych wynosił 0,70, a dla danych miesięcznych wynosił 0,80. Z kolei dla alternatywnych rozkładów wynosił średnio 0,52 dla danych dziennych, 0,64 dla danych tygodniowych oraz 0,74 dla danych miesięcznych. Oznacza to, że szacowane ryzyko aktywu było w rzeczywistości niższe niż szacowane klasycznymi metodami. Wartość współczynnika beta różniła się ze względu na częstotliwość danych. Dla Polski w badanym okresie dla danych dziennych najlepszy okazał się rozkład Harveya i Langego skośno-asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 6544,967. Z kolei dla danych tygodniowych najlepiej wypadł rozkład Harveya i Langego asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 2095,3260. Dla danych miesięcznych najlepiej dopasował się ponownie rozkład Harveya i Langego skośno-asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 690,758. Dla rozkładu dziennego oraz miesięcznego parametr skośności, jak i wartości kurtozy są istotne dla współczynnika beta.

**Tabela 4.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych dziennych sektora Food & Beverage w indeksie SP500 w okresie 04.01.1995–29.05.2020 (6396 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,567544 | 0,00794 | 0,561198 | 0,008907 | X | X | X | X | X |
| 0,581296 | 0,00736 | 0,233283 | 0,006043 | 3,872071 | 0,038362 | 1,679387 | 0,032989 | X |
| 0,579075 | 0,007518 | 0,236999 | 0,006211 | 4,523287 | 0,028708 | 1,517905 | 0,02892 | 3,945261 |
| 0,581355 | 0,007275 | 0,233146 | 0,005933 | 3,86914 | 0,014772 | 1,679594 | 0,026644 | X |
| 0,580332 | 0,007309 | 0,235248 | 0,006396 | 4,648272 | 0,211634 | 1,471403 | 0,012357 | 3,859249 |

| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | 0,5 | X | −7226,587 |
| X | X | X | X | X | 0,5 | X | −6547,28 |
| 0,012108 | 1,741317 | 0,039008 | X | X | 0,49004401 | 0,00252074 | −6545,118 |
| X | X | X | 0,497705 | 0,004431 | 0,497705 | 0,004431 | −6547,151 |
| 0,098086 | 1,72946 | 0,005794 | 0,504101 | 0,004503 | 0,491588627 | 0,004955314 | −6544,967 |

normalny HL symetryczny HL asymetryczny HL skośny HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

**Tabela 5.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych tygodniowych sektora Food & Beverage w indeksie SP500 w okresie 04.01.1995–29.05.2020 (1326 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,5274 | 0,0177 | 1,6002 | 0,0785 | X | X | X | X | X |
| 0,5268 | 0,0172 | 0,7911 | 0,0515 | 4,4437 | 0,0761 | 1,7530 | 0,0970 | X |
| 0,5267 | 0,0172 | 0,7892 | 0,0437 | 4,4235 | 0,0793 | 1,7509 | 0,0836 | X |
| 0,5204 | 0,0166 | 0,7914 | 0,0510 | 5,5417 | 0,1279 | 1,4655 | 0,1326 | 3,8950 |
| 0,5221 | 0,0158 | 0,7987 | 0,0331 | 5,1872 | 0,3070 | 1,4944 | 0,0653 | 4,0823 |

| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −2191,5240 |
| X | X | X | X | X | 0,5000 | X | −2098,5130 |
| X | X | X | 0,4950 | 0,0096 | 0,4950 | 0,0096 | −2098,3690 |
| 0,0778 | 2,0649 | 0,0898 | X | X | 0,4735 | 0,0032 | −2095,3260 |
| 0,2387 | 2,0723 | 0,0735 | 0,5000 | 0,0098 | 0,4791 | 0,0098 | −2095,4530 |

normalny HL symetryczny HL asymetryczny HL skośny HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

**Tabela 6.** Wartości parametrów modelu CAPM dla danych miesięcznych sektora Food & Beverage w indeksie SP500 w okresie 04.01.1995–29.05.2020 (305 obserwacji).

| $\beta$ | Błąd estymacji $\beta$ | $\sigma_2$ | Błąd estymacji $\sigma_2$ | $\eta_L$ | Błąd estymacji $\eta_L$ | $\upsilon_L$ | Błąd estymacji $\upsilon_L$ | $\eta_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,527 | 0,036 | 5,909 | 0,380 | X | X | X | X | X |
| 0,547 | 0,034 | 3,999 | 0,251 | 3,631 | 0,332 | 2,997 | 0,187 | X |
| 0,545 | 0,034 | 3,976 | 0,558 | 3,621 | 0,339 | 2,973 | 0,938 | X |
| 0,551 | 0,029 | 4,112 | 0,143 | 6,792 | 0,342 | 1,851 | 0,095 | 2,975 |
| 0,550 | 0,045 | 4,109 | 1,959 | 5,768 | 4,237 | 1,947 | 1,172 | 3,010 |
| Błąd estymacji $\eta_R$ | $\upsilon_R$ | Błąd estymacji $\upsilon_R$ | $\alpha$ | Błąd estymacji $\alpha$ | $P(zt < 0)$ | Błąd estymacji $P(zt < 0)$ | LogLikelihood | |
| X | X | X | X | X | 0,500 | X | −701,403 | |
| X | X | X | X | X | 0,500 | X | −692,325 | |
| X | X | X | 0,491 | 0,019 | 0,491 | 0,019 | −692,209 | |
| 0,145 | 4,882 | 0,148 | X | X | 0,468 | 0,003 | −690,768 | |
| 0,926 | 5,016 | 3,760 | 0,494 | 0,053 | 0,466 | 0,017 | −690,757 | |

■ normalny ■ HL symetryczny ■ HL asymetryczny ■ HL skośny ■ HL skośno-asymetryczny

Źródło: Opracowanie własne

W przypadku Stanów Zjednoczonych, gdy składnik losowy był opisany rozkładem normalnym, współczynnik przyjmował niższe wartości aniżeli opisany rozkładami alternatywnym dla danych dziennych i dla danych miesięcznych. Jest to wartość odwrotna niż dla Polski. Podobnie jak dla Polski wartości LogLikihood dla rozkładów normalnych były niższe aniżeli dla rozkładów alternatywnych. Również wartość wariancji była niższa dla alternatywnych rozkładów aniżeli dla rozkładu normalnego, co oznacza, że algorytm dla rozkładów alternatywnych jest lepiej dopasowany do danych.

Dla danych dziennych współczynnik beta szacowany dla składnika losowego z rozkładem normalnym wynosił 0,58, dla danych tygodniowych 0,52, dla danych miesięcznych 0,52. Z kolei dla alternatywnych rozkładów wynosił średnio dla danych dziennych 0,58, dla danych tygodniowych 0,52 oraz dla danych miesięcznych 0,55. Oznacza to, że szacowane ryzyko aktywu było w rzeczywistości niższe niż szacowane klasycznymi metodami.

W odniesieniu do Stanów Zjednoczonych dla danych dziennych najlepiej wypadł rozkład Harveya i Langego skośno-asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 6544,967. Z kolei dla danych tygodniowych najlepiej wypadł rozkład Harveya i Langego asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 2095,326. Dla danych miesięcznych również najlepiej wypadł rozkład Harveya i Langego skośno-asymetryczny. Wartość funkcji wiarygodności wynosiła 690,757.

Wynika z tego, że zarówno parametr skośności, jak i wartości kurtozy są istotne dla tych szeregów czasowych.

Powyższe wyniki pozostają zgodne z literaturą, która wskazuje, że wartość współczynnika beta jest niestabilna w czasie oraz że różni się w zależności od przyjętej w procesie estymacji częstotliwości danych (Faff, Hillier i Hillier, 2000; Bai i in., 2019; Habibi, Habibi i Habibi, 2016). Również wartość wariancji była niższa dla alternatywnych rozkładów, co oznacza, że lepiej dopasowują się do danych.

## 7. Podsumowanie

W niniejszym artykule składnik losowy w modelu CAPM został oszacowany za pomocą rodzin rozkładów dopuszczających różne wyjątki od rozkładu normalnego, a mianowicie do uogólnionej asymetrycznej rodziny rozkładów t-Studenta (Harvey i Lange, 2017). Wspomniana rodzina rozkładów prawdopodobieństwa dopuszcza nie tylko skośność, ale również asymetrię w obrębie ogona. Uogólnienie zaproponowane we wspomnianym artykule unifikuje rodzinę t-Studenta z rozkładami GED (ang. *Generalised Error Distributions*). Podobne rozważania zostały przeprowadzone dla sektora bankowego w Polsce i Stanach Zjednoczonych (Gomola i Pipień, 2022).

Niniejsze rozważania empiryczne koncentrują się na sektorze spożywczym. Można zauważyć wyraźne wsparcie danych dla wartości parametrów, gdy rozkład składnika losowego był opisany za pomocą rodziny rozkładów innych niż normalne. Odejście od gaussowskiego rozkładu błędu ma poważne konsekwencje dla oceny ryzyka danego aktywu finansowego. Testy empiryczne modelu CAPM, przeprowadzone według procedur przedstawionych w niniejszym artykule, pokazują, że empiryczne poparcie dla teorii CAPM zależy wyraźnie od założeń stochastycznych. Istotne różnice w wynikach empirycznych występują w zależności od przyjętego rozkładu składnika losowego. Odrzucenie założeń normalności dla składnika losowego i opisanie go jednym z rozkładów alternatywnych (Harvey i Lange, 2017) pozwala uzyskać bardzo silne wsparcie dla empirycznej weryfikacji modelu CAPM.

Wynika stąd, że estymacja modelu CAPM powinna odbywać się z uwzględnieniem cech charakterystycznych dla finansowych szeregów czasowych. Nierozstrzygnięta pozostaje odpowiedź na pytanie, jaka rodzina rozkładów niegaussowskich najlepiej opisuje finansowe szeregi czasowe. Rozwój badań modelu CAPM wraz z opisywaniem rozkładu składnika losowego za pomocą innych rozkładów niż normalny jest prężnie rozwijającą się dziedziną ekonometrii finansowej i może pomóc uzyskać taką odpowiedź w przyszłości.

## Bibliografia

Ansell, J., & Wharton, F. (1992). *Risk: Analysis, assessment and management*. Wiley.
Bai, H., Hou, K., Kung, H., Li, E. X., & Zhang, L. (2019). The CAPM strikes back? An equilibrium model with disasters. *Journal of Financial Economics, 131*(2), 269–298.
Barucci, E., & Fontana, C. (2003). *Financial markets theory*. Springer-Verlag.
Berk, J.B. (1997). Necessary conditions for the CAPM. *Journal of Economic Theory, 73*(1), 245–257.
Black, F. (1972). Capital market equilibrium with restricted borrowing. *The Journal of business, 45*(3), 444–455.
Black, F., & Scholes, M. (1974). The effects of dividend yield and dividend policy on common stock prices and returns. *Journal of financial economics, 1*(1), 1–22.
Blattberg, R., & Gonedes, N. (1974). A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices. *Journal of Business, 47*(2).
Blume, M. (1970). Portfolio Theory: A Step Towards its Practical Application. *Journal of Business, 43*(2).
Blume, M., & Friend, I. (1973). A New Look at the Capital Asset Pricing Model. *Journal of Finance, 28*(1).
Bollerslev, T. (1986). Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics, 21*(3).
Breeden, D.T. (1979). An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of financial Economics, 7*(3).
Brennan, M. (1970). Taxes, market valuation and corporate financial policy. *National Tax Journal, 23*.
Chan, L.K., & Lakonishok, J. (1992). Robust measurement of beta risk. *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 27*(2).
Dębski, W. (2010). *Rynek finansowy i jego mechanizmy — podstawy teorii i praktyki*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987–1007.
Faff, R.W., Hillier, D., & Hillier, J. (2000). Time varying beta risk: An analysis of alternative modelling techniques. *Journal of Business Finance* & *Accounting, 27*(5–6), 523–554
Fama, E.F., & French, K.R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *The Journal of Finance, 47*(2), 427–465.
Fama, E.F., & French, K.R. (1998). Value versus growth: The international evidence. *The Journal of Finance, 53*(6), 1975–1999.
Fernández, C., & Steel, M.F. (1998). On Bayesian modeling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association, 93*(441), 359–371.
Ferreira, J.T.S., & Steel, M.F.J. (2006). A constructive representation of univariate skewed distributions. *Journal of the American Statistical Association, 101*(474), 823–829.
Fu, F. (2009). Idiosyncratic risk and the cross-section of expected stock returns. *Journal of Financial Economics, 91*(1), 24–37.
Greene, W.H. (2012), *Econometric Analysis*. Pearson.
Gomola, A. (2021). *Analiza wrażliwości wyników estymacji współczynnika* β*-CAPM — badania z wykorzystaniem rodzin rozkładów prawdopodobieństwa dopuszczających grube ogony oraz asymetrię*. Praca nieopublikowana.
Gomola A., & Pipień M., (2022), *Maximum Likelihood Estimates of CAPM 's for the US and PL Banking Sector Indices under Heavy Tailed and Asymmetric Distributions,* (praca nieopublikowana).

Gray, S., & Officer, R. (2005). *A review of the market risk premium and commentary on two recent papers. A report prepared for The Energy Networks Association.*

Habibi, H., Habibi, R., & Habibi H. (2016). Derivation of Kalman Filter Estimates Using Bayesian Theory: Application in Time Varying Beta CAPM Model. *Journal of Statistical and Econometric Methods*, *5*(2).

Hansen B. (1994). Autoregressive Conditional Density Estimation. *International Economic Review*, *35*(3), 705–730.

Henningsen, A., & Toomet, O. (2011). maxLik: A package for maximum likelihood estimation in R. *Computional Statistics*, 26, 443–458.

Harvey, A., & Lange, R.J. (2017). Volatility Modeling with a Generalized *t*-Distribution. *Journal of Time. Series Analysis*, *38*(2), 175–190.

Jajuga, K., & Jajuga, T. (2007). *Inwestycje: Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa* (wyd. 3 zm.). Wydawnictwo Naukowe PWN.

Johnson, L., & Sakoulis, G. (2008). Maximizing equity market sector predictability in a Bayesian time-varying parameter model. *Computational Statistics & Data Analysis*, *52*(6).

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). *On the interpretation of intuitive probability: A reply to Jonathan Cohen*.

Korkas, K. (2009), *Asset Pricing with Dynamic CAPM: An Application to 49 US Industry Portfolios*. Master Thesis, Department of Statistics, London School of Economics.

Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance*, *20*(4), 587–615.

Litzenberger, R.H., & Ramaswamy, K. (1979). The effect of personal taxes and dividends on capital asset prices: Theory and empirical evidence. *Journal of Financial Economics*, *7*(2), 163–195.

Martin, R.D., & Simin, T.T. (2003). Outlier-resistant estimates of beta. *Financial Analysts Journal*, *59*(5), 56–69.

Mayers, D., & Smith Jr, C.W. (1983). The interdependence of individual portfolio decisions and the demand for insurance. *Journal of Political Economy*, *91*(2), 304–311.

Merton, R.C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 867–887.

Montgomery, C.A., & Singh, H. (1984). Diversification strategy and systematic risk. *Strategic Management Journal*, *5*(2), 181–191.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 768–783.

Ostrowska, E. (2002). *Ryzyko projektów inwestycyjnych*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.

Pham, C.D. (2020a). An augmented capital asset pricing model using new macroeconomic determinants. *Heliyon*, *6*(10).

Pham, C.D. (2020b). The systematic risk estimation models: A different perspective. *Heliyon*, *6*(2).

Praetz, P.D. (1972). The distribution of share price changes. *Journal of Business*, 49–55.

Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, *4*(2), 129–176.

Sharpe, W.F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, *19*(3), 425–442.

Zhou, X.Y., & Yin, G. (2003). Markowitz's mean-variance portfolio selection with regime switching: A continuous-time model. *SIAM Journal on Control and Optimization*, *42*(4), 1466–1482.

Zhu, D., & Galbraith, J.W. (2010). A generalized asymmetric Student-t distribution with application to financial econometrics. *Journal of Econometrics*, *157*(2), 297–305.

## A Sensitivity Analysis of the Beta Coefficient in CAPM Regression for the Food and Beverage Sector

**Abstract.** The purpose of this article is to estimate the risk level of financial assets using the CAPM model. Parameter estimation in the CAPM model is carried out using the classical linear regression method since it is assumed that the random component is normally-distributed. However, financial time series distributions are not normally distributed owing to a large number of outliers. In this study we relaxed the normality assumption of the random component of our CAPM model to allow typical features of financial time series distributions such as skewness and fat tails. Analyses were conducted for the food and beverage sector in the Polish and the US market. When the random component was estimated in this way, the model output was more consistent with empirical data than that generated by the classic CAPM.

**Keywords:** CAPM, risk, financial time series, asymmetric *t*-distribution