

**GRACJAN CHROBAK**

Uniwersytet WSB Merito w Poznaniu  
Wydział Zamiejscowy w Chorzowie  
<https://orcid.org/0000-0002-8595-4852>  
e-mail: [gracjan.chrobak@chorzow.merito.pl](mailto:gracjan.chrobak@chorzow.merito.pl)

# **Czynniki wpływające na dostępność przedszkoli w miastach grodzkich województwa śląskiego podczas pandemii COVID-19**

**Streszczenie.** Jednym z zadań jednostek samorządu terytorialnego jest zapewnienie odpowiedniej liczby miejsc w przedszkolach. Celem badania opisanego w artykule było stworzenie rankingu 19 miast grodzkich województwa śląskiego (tzw. obiektów) pod względem stopnia zagęszczenia placówek przedszkolnych w trakcie pandemii COVID-19. Badaniem objęto dwa okresy: rok 2019 poprzedzający wybuch pandemii (faza wstępna) oraz rok 2022, w którym nastąpiło wyhamowanie jej negatywnego wpływu (faza końcowa). W celu porównania sytuacji w obu okresach w ramach analizy skupień zastosowano metodę k-średnich, obliczając w macierzy potencjalnych zmiennych wyjaśniających, poddanych uprzednio zabiegowi standaryzacji, pojedyncze kwadraty odległości euklidesowej od ich środków ciężkości. Po osiągnięciu wartości minimum przez funkcję błędu i spełnieniu kryterium konwergencji nastąpiło zatrzymanie iteracji algorytmu macierzy, w wyniku czego 19 obiektów zostało przyporządkowanych do 6 klastrów. Stwierdzono, że gęstość placówek przedszkolnych, czyli zmienna objaśniana, w obu badanych okresach jest skorelowana z trzema zmiennymi objaśniającymi: stanem aptek, liczbą bibliotek i stanem miejsc noclegowych na 1 km<sup>2</sup>. Zauważono również znaczące różnice między średnią gęstością przedszkoli a zagęszczeniem placówek bibliotecznych i punktów aptecznych w 19 miastach grodzkich w badanych latach. Największa zmiana pozycji w rankingu między rokiem 2019 a 2022 dotyczy Bytomia ( $\Delta+3$ ), podczas gdy o jedno miejsce do drugiego klastra awansowały Piekary Śląskie, Ruda Śląska i Tychy ( $\Delta+1$ ).

**Słowa kluczowe:** analiza skupień metodą k-średnich, klasyfikacja obiektów, pandemia, placówki przedszkolne, samorząd śląski

<https://doi.org/10.58683/dnswsb.1984>

## 1. Wstęp

W przeprowadzonym w 2022 roku sondażu dotyczącym polityki prorodzinnej kraju na pytanie, jakie formy wspierania rodziny uważa Pan(i) za najbardziej przydatne i mogące zachęcać do posiadania dzieci, respondenci wskazali w pierwszej kolejności na wsparcie finansowe rodzin z programu Rodzina 500+ (37%), zaraz potem na lepszą dostępność miejsc opieki nad dziećmi – w tym żłobków (35%) i przedszkoli (32%) (CBOS, 2022, s. 3)<sup>1</sup>. W tym kontekście wydaje się, że odpowiednio zaprojektowana polityka prorodzinna państwa jest w stanie do pewnego stopnia modyfikować decyzje o posiadaniu potomstwa, co z perspektywy zastępowalności pokoleń na rynku pracy ma kluczowe znaczenie. Adresatami polityki prorodzinnej są mieszkańcy zamieszkujący dane terytorium, zajmujący się wychowaniem dzieci w wieku 3–6 lat. Ze względu na rozkład liczby ludności w kraju do badań wybrano województwo śląskie, z jego populacją wynoszącą według danych o powierzchni i ludności w przekroju terytorialnym z 2024 roku ok. 4,3 mln osób (GUS, 2024), obserwując infrastrukturę przedszkolną w dwóch momentach: w roku 2019, czyli tuż przed wybuchem pandemii COVID-19, oraz w 2022 roku, to jest w czasie jej odwrotu. W publikacji wysunięto następujące hipotezy badawcze: 1) gęstość przedszkoli w omawianym horyzoncie czasowym zdaje się zdeterminowana w głównej mierze liczbą aptek i bibliotek publicznych, a w mniejszym zakresie także liczbą miejsc noclegowych na 1 km<sup>2</sup>; 2) można postulować znaczne rozróżnienie w stopniu zagęszczenia placówek bibliotecznych i punktów aptecznych, z jednoczesnym brakiem takich fluktuacji w odniesieniu do samych przedszkoli, a zwłaszcza miejsc noclegowych między 2019 a 2022 rokiem; 3) dokonując kategoryzacji ośrodków miejskich pod kątem nasycenia placówek wychowania przedszkolnego, w pierwszej grupie zdają się mieścić Chorzów i Katowice, a w drugiej obiekty przedszkolne w Bytomiu, Piekarach Śląskich, Rudzie Śląskiej i Tychach.

---

<sup>1</sup> Procenty nie sumują się do stu, ponieważ respondenci mogli wybrać w ankiecie więcej niż jedną odpowiedź.

## 2. Przegląd zapisów prawnych w zakresie organizacji wychowania przedszkolnego na terenie gminy

Występujące w literaturze nauk społecznych pojęcie „polityka prorodzinna” jako takie odnosi się zazwyczaj do konkretnego instrumentarium, występującego w formie różnego rodzaju świadczeń pieniężnych, rzeczowych oraz usług, wspierających funkcjonowanie rodziny (Balcerzak-Paradowska, 2015, s. 2).

Realizacja polityki prorodzinnej, w tym zapewnienie kobietom w ciąży opieki socjalnej, medycznej i prawnej, należy do zadań własnych gminy, w ramach misji zaspokajania potrzeb zbiorowych wspólnoty (Uosg, 2024, art. 7 ust. 1 pkt 16). Szczególna rola samorządów obejmuje zapewnienie kształcenia, wychowania i opieki nad dziećmi w wieku 3–6 lat w przedszkolach oraz w innych formach wychowania przedszkolnego (Pośw, 2024, art. 11 ust. 2). Wychowanie przedszkolne podejmowane jest również w przedszkolach z oddziałami integracyjnymi i w przedszkolach specjalnych (Pośw, 2024, art. 127 ust. 1 i art. 2 ust. 1).

Należy odróżnić prawo do skorzystania z wychowania przedszkolnego od obowiązku odbycia rocznego przygotowania przedszkolnego w przedszkolu, oddziale przedszkolnym w szkole podstawowej bądź innej formie wychowania przedszkolnego. W polskim systemie oświatowym uprawnione do opieki przedszkolnej są dzieci w wieku 3–5 lat<sup>2</sup>, natomiast zobligowane do niej – dzieci sześćioletnie (Pośw, 2024, art. 31 ust. 6 i art. 31 ust. 4). Tym samym wychowanie przedszkolne obejmuje okres od początku roku szkolnego w roku kalendarzowym, w którym dziecko kończy 3 lata, do końca roku, w którym kończy ono 7 lat (Pośw, 2024, art. 31 ust. 1).

Sieć prowadzonych przez gminę publicznych przedszkoli i oddziałów przedszkolnych w szkołach podstawowych ustala rada gminy (Pośw, 2024, art. 32 ust. 1). Wymaga podkreślenia, iż w przypadkach uzasadnionych warunkami demograficznymi i geograficznymi może ona uzupełnić sieć publicznych przedszkoli i oddziałów przedszkolnych w szkołach podstawowych o inne publiczne formy wychowania przedszkolnego (Pośw, 2024, art. 32 ust. 2).

Zadania opieki przedszkolnej na terenie gminy (Pośw, 2024 art. 31 ust. 8) wykonywane są w publicznym przedszkolu, oddziale przedszkolnym w publicznej szkole podstawowej bądź publicznej innej formie wychowania przedszkolnego, prowadzonych przez gminę bądź przez inną osobę prawną lub osobę fizyczną, położonych na obszarze gminy lub w niepublicznym przedszkolu, oddziale

---

<sup>2</sup> W szczególności uzasadnionych wypadkach do przedszkola można przyjąć dziecko, które ukończyło 2,5 roku (por. Pośw, 2024, art. 31 ust. 3).

przedszkolnym w niepublicznej szkole podstawowej (Pośw, 2024, art. 31 ust. 9 pkt 1–3). Wynika stąd, że placówki niepubliczne<sup>3</sup> mogą zakładać osoby prawne<sup>4</sup> lub fizyczne niebędące jednostkami samorządu terytorialnego (por. Ufzo, 2024, art. 4 ust. 1). Dzieje się tak po uzyskaniu wpisu do ewidencji prowadzonej przez jednostkę samorządu terytorialnego (tu: gminę), obowiązującą do prowadzenia odpowiedniego typu placówek publicznych (Pośw, 2024, art. 168 ust. 1, por. art. 181 ust. 1). W ciągu 30 dni od daty zgłoszenia gmina z urzędu doręcza wnioskodawcy zaświadczenie o wpisie do ewidencji, jego kopię przekazując właściwemu kuratorowi oświaty i organowi podatkowemu (Pośw, 2024, art. 168 ust. 9–10, por. art. 181 ust. 1).

Źródłem finansowania zadań oświatowych w placówkach wychowania przedszkolnego są dotacje z budżetu państwa, które gmina otrzymuje do swojego budżetu, kwoty pochodzące ze środków Unii Europejskiej oraz środki własne samorządów (Ufzo, 2024, art. 12 ust. 1 i art. 15).

### 3. Analiza skupień placówek przedszkolnych metodą *k* środków ciężkości

Przy próbie systematyzacji obiektów przedszkolnych podstawowym pojęciem w analizie skupień (ang. *clusteranalysis*) jest miara odległości  $d$  pomiędzy parami obiektów  $i$  oraz  $l$ . Dystans ten odpowiada za brak ich podobieństwa względem siebie, zakładając, że im większy odcinek pomiędzy dwoma obiektami, tym bardziej są one od siebie różne. W grupowaniu łączy się zatem elementy leżące blisko siebie, równocześnie będące daleko od innych, tworzących inną klasę. Klasyfikacja w tym rozumieniu sprowadza się do podziału skończonego zespołu tych komponentów na  $z$  góry ustaloną bądź nie liczbę klas (grup, skupień, klastrów) (Pociecha, 2008, s. 2). Funkcję obiektów mogą odgrywać poszczególne kraje, w tym regiony (poziom rozwoju gospodarczego), przedsiębiorstwa (kondycja finansowa) czy produkty (walory użytkowe) (Bąk, 2016, s. 23; Kowalewski, 2006, s. 101; Perło, 2014, s. 74; Pociecha, 2008, s. 2)<sup>5</sup>.

<sup>3</sup> Przedszkola zakładane i prowadzone przez jednostki samorządu terytorialnego są jednostkami budżetowymi (Ufzo, 2024, art. 4 ust. 1).

<sup>4</sup> Pojęciem tym objęte są fundacje, stowarzyszenia czy spółki kapitałowe prawa handlowego (spółki z ograniczoną odpowiedzialnością i spółki akcyjne).

<sup>5</sup> Z drugiej strony, natrafiamy w taksonomii na odrębną kategorię wielowymiarowej analizy porównawczej. Jej podwaliny opierają się na konstrukcji syntetycznej miary (swoistego reprezentanta), pozwalającej na wzajemne zestawienia ze sobą elementów zbioru (obiektów), opisanych za pomocą wielu zmiennych (cech) (Bąk, 2016, s. 25).

By porównywać je ze sobą, niezbędne okazuje się sprowadzenie ich do wspólnego mianownika w procedurze normalizacji  $z$ . Pośród wielu jej odmian najczęściej wybiera się standaryzację, która odpowiada za przekształcenia komponentów  $x_{ij}$ , na podstawie schematu (Dmitruk, Gawinecki, 2017, s. 108; Kowalewski, 2006, s. 102; Walesiak, 2014, s. 364):

$$z_{ij} = \left( \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \right) \quad (1),$$

gdzie:  $x_{ij}$  –  $i$ -ta składowa  $j$ -tego elementu,  $\bar{x}_j$  – średnia arytmetyczna  $j$ -tego elementu,  $s_j$  – odchylenie standardowe dla  $j$ -tej zmiennej.

Na drodze ku standaryzacji oczekiwania co do ustalonego przebiegu zjawiska przekładają się na konieczność rozróżniania wśród obiektów tzw. stymulant, destymulant lub nominant. Dla pierwszych z nich pożądane są wyższe wartości, dla drugich niższe, a dla trzecich uznane za normatywne (Dmitruk, Gawinecki, 2017, s. 107; Kowalewski, 2006, s. 119–121).

Najczęściej wykorzystywaną funkcją dystansu dla skal co najmniej przedziałowych podczas grupowania zbliżonych do siebie obiektów staje się odległość Minkowskiego postaci (Kowalewski, 2006, s. 105–106; Perło, 2014, s. 82):

$$d_{il} = \sqrt[p]{\sum_{j=1}^m |z_{ij} - z_{lj}|^p} \quad (2),$$

gdzie:  $d_{il}$  – odległość między  $i$ -tym a  $l$ -tym obiektem,  $z_{ij}$  – znormalizowana wartość  $i$ -tego obiektu zmiennej  $X_j$ ,  $p$  – stała dla  $i, l = 1, 2, \dots, n$ .

Podniesiony do kwadratu współczynnik  $p$  w dystansie Minkowskiego stanowi odległość euklidesową (ang. *Euclidean Distance*). Jej formuła wywodzi się wprost z twierdzenia Pitagorasa, stąd mamy (Kowalewski, 2006, s. 106; Perło, 2014, s. 82):

$$d_{il} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{lj})^2} \quad (3).$$

Jeżeli natomiast w dystansie Minkowskiego pod współczynnik  $p$  podstawimy 1, otrzymamy odległość miejską (ang. *City Block Distance*, *Manhattan Distance*), jak niżej (Kowalewski, 2006, s. 106; Perło, 2014, s. 82):

$$d_{il} = \sum_{j=1}^m |z_{ij} - z_{lj}| \quad (4).$$

Właściwości krzywych odległości znajdują zastosowanie w klasyfikacji obiektów metodą  $k$  środków ciężkości (centroid). Dąży się w niej do minimalizacji funkcji celu (Kowalewski, 2006, s. 111):

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in C_k} \sum_{j=1}^m (z_{ij} - v_{kj})^2 \quad (5),$$

gdzie:  $i \in C_k$  —  $i$ -ty obiekt należący do  $k$ -tej klasy,  $v_{kj}$  —  $j$ -ta składowa wektora miar położenia, obliczona dla obiektów wchodzących do  $k$ -tej klasy.

Z kolei  $j$ -te składowe wektora położenia szacuje się w oparciu o wzór (Kowalewski, 2006, s. 112):

$$v_{kj} = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in C_k} z_{ij} \quad (6),$$

gdzie:  $n_k$  — liczba obiektów  $k$ -tego klastra.

Kalkulując udział puli  $n$  obiektów w klasie  $k$  metodą środków ciężkości, postępuje się iteracyjnie, zgodnie z odpowiednim algorytmem. I tak wstępnie należy wyznaczyć liczbę  $K$  klas, dokonując w dowolny sposób początkowej klasyfikacji obiektów. Dalej według formuły 6 oblicza się kolejne centroidy  $v_{kj}$ , sugerując się systematyzacją z poprzedniej iteracji. Następnie kalkuluje się dystanse każdego obiektu od wektora średnich każdej grupy, ustalając nową klasyfikację, dzięki przyporządkowaniu każdego obiektu do tego skupienia, dla którego odległość od wektora średnich dąży do minimum. Szacunki powtarza się do momentu uzyskania tożsamyh segregacji w następujących po sobie iteracjach (por. Kowalewski, 2006, s. 112; Sobolewski, Sokołowski, 2017, s. 217).

## 4. Studium dostępności przedszkoli w przekroju miast powiatowych województwa śląskiego — wyniki badań

Za podmiot badań stopnia zagęszczenia placówek przedszkolnych wybrano miasta grodzkie województwa śląskiego. Należą do nich w porządku alfabetycznym: Bielsko-Biała (BB), Bytom (BYT), Chorzów (CHO), Częstochowa (CZE), Dąbrowa Górnicza (DG), Gliwice (GL), Jastrzębie-Zdrój (JZD), Jaworzno (JAW), Katowice (KCE), Mysłowice (MYS), Piekary Śląskie (PŚL), Ruda Śląska (RŚL), Rybnik (RYB), Siemianowice Śląskie (ŚSL), Sosnowiec (SSN), Świętochłowice (ŚWI), Tychy (TCH), Zabrze (ZAB) i Żory (ŻOR). Stanowią one łącznie grupę 19 obiektów. Diagnozy

stanu infrastruktury placówek przedszkolnych dokonano w dwóch okresach: bezpośrednio przed wybuchem pandemii SARS-COV-2 w 2019 roku (faza wstępna), jak i w trakcie powolnego jej wygaszania w 2022 roku — głównie dzięki szczepieniom i/lub przebytej chorobie wskutek infekcji wirusem COVID-19 (faza końcowa). Na ocenę dostępności przedszkoli w Śląskiem składa się kilka etapów. W pierwszym za jej przedstawiciela obrano ułamek liczby placówek przedszkolnych na 1 km<sup>2</sup> (zmienna zależna *PRP*). W drugim, ze zbioru 25 potencjalnych wskaźników, wybrano trzy indykatory (składowe niezależne), dla których współczynnik korelacji przekroczył każdorazowo wartość progową  $r^*$ , równą 0,3961, w rozkładzie  $t$  Studenta na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  i  $n-2 = 23$  stopnie swobody (Gawinecki i in., 2008, s. 306–308). Są nimi: liczba aptek publicznych na 1 km<sup>2</sup> (*APP*), liczba placówek bibliotecznych w przeliczeniu na 1 km<sup>2</sup> (*BIP*) oraz liczba miejsc noclegowych na 1 km<sup>2</sup> (*NOP*). Rozpoznanie siły i kierunku afiliacji mierników umożliwiło z kolei studium korelacji, przeprowadzone w kroku trzecim. Jego rezultat prezentuje tabela 1.

**Tabela 1.** Kształtowanie się wzajemnych interferencji mierników korelacji liniowej Pearsona dla par zmiennych [dane w j.m.]

2019	<i>PRP</i>	<i>APP</i>	<i>BIP</i>	<i>NOP</i>
<i>PRP</i>	1,0000			
<i>APP</i>	0,9295	1,0000		
<i>BIP</i>	0,8450	0,7760	1,0000	
<i>NOP</i>	0,5100	0,4786	0,1356	1,0000
2022	<i>PRP</i>	<i>APP</i>	<i>BIP</i>	<i>NOP</i>
<i>PRP</i>	1,0000			
<i>APP</i>	0,9247	1,0000		
<i>BIP</i>	0,7874	0,7860	1,0000	
<i>NOP</i>	0,6116	0,5361	0,2488	1,0000

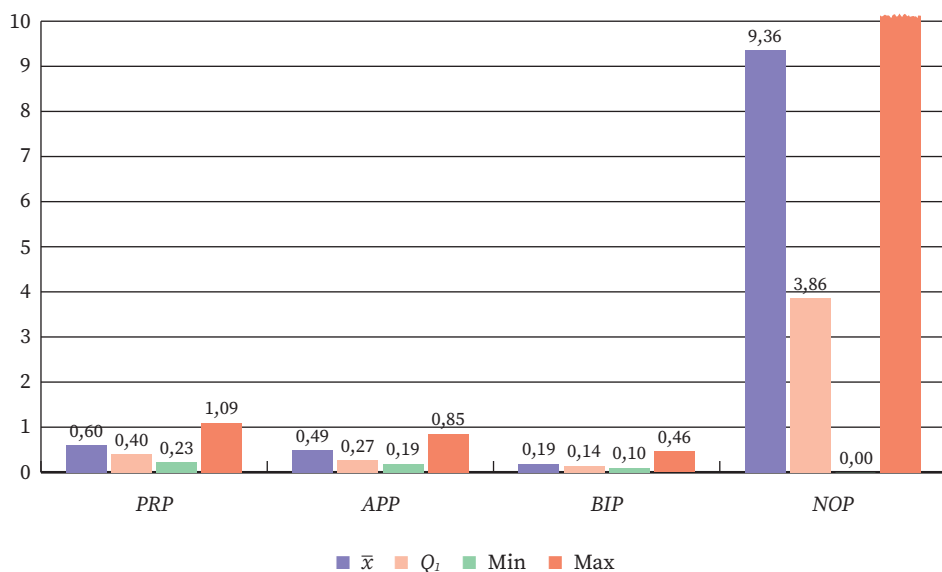
Źródło: Opracowanie własne na podstawie Rocznika Statystycznego Województwa Śląskiego (2022 i 2019) (por. Gawinecki i in., 2008, s. 306–308)

Z tabeli 1 wynika, iż wszystkie wybrane wskaźniki przekraczają wspomnianą wartość progową współczynnika korelacji  $r^*$  (0,3961). I tak w latach 2019 i 2022 na zagęszczenie przedszkoli najsilniej zdaje się oddziaływać dostępność aptek publicznych (*APP*) ( $\bar{r}_{xy}^6 = 0,9271$ ) oraz bibliotek (*BIP*) ( $\bar{r}_{xy} = 0,8162$ ). Mamy również wyraźne dodatnie związki między siecią aptek i bibliotek w omawianym okresie

<sup>6</sup>  $\bar{r}_{xy}$  oznacza przeciętną wartość współczynników korelacji liniowej dla wzmiankowanych dwóch okresów: 2019 r. i 2022 r.

( $\bar{r}_{xy} = 0,7810$ ). Najslabiej siatka placówek przedszkolnych wydaje się uzależniona od liczby miejsc noclegowych (*NOP*) ( $\bar{r}_{xy} = 0,5608$ ). Diagnozując status wzajemnych interakcji par zmiennych niezależnych, rekomenduje się jednocześnie, aby „nakładające się” na siebie wskazania, powyżej progu granicznego, ukształtowały się poniżej kwot wektora *PYP*<sup>7</sup>. Warto również zwrócić uwagę na spadek znaczenia liczby punktów bibliotecznych *BIP* ( $r = 0,7874 < 0,8450$ ), przy wzroście roli zaplecza noclegowego *NOP* ( $r = 0,6116 > 0,5100$ ), co może łączyć się ze zwiększeniem podaży nowych mieszkań w miastach powiatowych, oddanych pod wynajem osobom z małymi dziećmi (H1).

Przyglądając się wskazaniom statystyki opisowej w 2022 roku na rys. 1, można z niego odczytać pokaźne amplitudy kwot indykatorów. Dotyczą one w pierwszym rzędzie liczby miejsc noclegowych na 1 km<sup>2</sup> powierzchni – z minimum i maksimum równym odpowiednio 0,00 (0,00) i 33,96 (29,21) przy średniej 9,36/km<sup>2</sup> (9,63). W drugiej kolejności liczby bibliotek na 1 km<sup>2</sup>, których progi minimalne i maksymalne wynoszą każdorazowo 0,10 (0,10) i 0,46 (0,46), dla przeciętnej w wysokości 0,19/km<sup>2</sup> (0,20)<sup>8</sup>.



Rys. 1. Wahania indykatorów infrastruktury przedszkolnej w 2022 r. [dane w j.m.]

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Rocznika Statystycznego Województwa Śląskiego (2022 i 2019)

<sup>7</sup> Przykładowo w roku 2019 składa się na niego ciąg cyfr [1,000 0,9295 0,8450 0,5100].

<sup>8</sup> W nawiasach okrągłych podano odnośne notowania mierników w 2019 r.



Trafność doboru zmiennych zależnych z tablicy korelacyjnej zdaje się potwierdzać analiza regresji, przeprowadzona w kroku czwartym. Jej wyniki ukazuje tabela 2. Postuluje się, że w roku 2019, poza przecięciem, każdy z mierników w tabeli 2 znacząco wpływa na wysokość PRP, z prawdopodobieństwem  $p$ , mieszczącym się w przedziale  $<0,00;0,02>$  dla  $1 - \alpha = 0,95$  (kol. 4 i 7). W 2022 roku z powyższej zasady ( $p < \alpha = 0,05$ ) zdaje się wyłamywać wskaźnik BIP, dla którego  $p = 0,09$  ( $H_1$ )<sup>9</sup>. Stąd w roku 2019 wzrost o 1 p.p. liczby przedszkoli na 1 km<sup>2</sup> PRP powinien być przełożony na zwiększenie dostępności placówek bibliotecznych BIP o 113 p.p., a punktów aptecznych APP o 54 p.p. na jednostkę powierzchni (kol. 1). W 2022 roku amplitudy te są dwukrotnie niższe – w przypadku gęstości bibliotek (zmiana do kwoty  $\pm 70$  p.p.) i o kilkanaście procent wyższe – w odniesieniu do liczby aptek (zmiana do wysokości  $\pm 69$  p.p.) (kol. 1). Z drugiej strony, zwrócone przeciętne wartości współczynników należy traktować z pewną dozą ostrożności – z uwagi na wielkość błędów standardowych i rozstępy przedziałów wokół średniej. Ujawniają one bogatą dynamikę rozpiętości kolejnych wskaźników w przekroju pojedynczych miast grodzkich<sup>10</sup>. Przykładowo dla parametru BIP kształtowały się one w 2019 roku w wysokości 26,6%, a dla składowej APP na poziomie 27,4% (kol. 2 ÷ kol. 1  $\times 100\%$ ), budując interwały estymacji kolejno:  $<0,49; 1,77>$  i  $<0,22; 0,85>$  (kol. 5 i 6)<sup>11</sup>.

Tabela 2. Wskazania potencjalnych zmiennych egzogenicznych w modelu regresji liniowej APP [dane w j.m.]

Komponenty 2019	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość p	Dolne 95%	Górne 95%	Istotność
0	1	2	3	4	5	6	7
Przecięcie	0,02	0,04	0,49	0,63	-0,07	0,11	NIE
APP	0,54	0,15	3,64	0,00	0,22	0,85	TAK
BIP	1,13	0,30	3,76	0,00	0,49	1,77	TAK
NOP	0,01	0,00	2,60	0,02	0,00	0,01	TAK

<sup>9</sup> Wysokość  $p$  dla indykatora NOP w 2022 r. wynosi w zaokrągleniu 0,05, kształtując się poniżej tej wielkości, co przesądziło o jej istotności dla modelu.

<sup>10</sup> Por. notowania mierników gęstości na rys. 1.

<sup>11</sup> W 2022 r. względne kwoty błędów szacunków były jeszcze wyższe i równały się dla wzmiankowanych wskaźników BIP i APP każdorazowo: 54,5% i 27,2%.

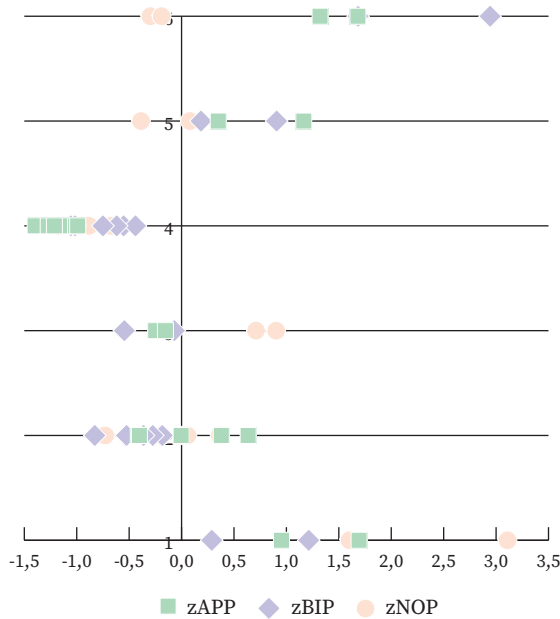
Komponenty 2022	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość p	Dolne 95%	Górne 95%	Istotność
0	1	2	3	4	5	6	7
Przecięcie	0,07	0,05	1,29	0,22	-0,04	0,18	NIE
APP	0,69	0,19	3,68	0,00	0,29	1,09	TAK
BIP	0,70	0,38	1,83	0,09	-0,11	1,51	NIE
NOP	0,01	0,00	2,17	0,05	0,00	0,01	TAK

Źródło: Opracowanie własne (por. Gawinecki i in., 2008, s. 19–24; Gruszczyński, Podgórska, 2004, s. 21–26)

W tych realiach stwierdzono znaczną jakość dopasowania obu funkcji regresji, co wydadają się odzwierciedlać wskazania współczynników determinacji  $R^2$  i ich pochodnych  $\tilde{R}^2$ , skorygowanych o  $n-k-1$  stopnie swobody. Wynosiły one odpowiednio 0,93 (0,92) dla roku 2019 oraz 0,90 (0,88) w roku 2022 (H1).

Użyteczność otrzymanych w studium regresji wyników w opisie rzeczywistości uzależnia się od spełnienia kilku postulatów odnośnie do normalności, losowości, autokorelacji składników losowych i równości ich wariancji. I tak w etapie piątym sprawdzono założenie normalności przebiegu krzywych w teście Shapiro-Wilka. Konstruując dla  $n=19$  składników szeregu i poziomu istotności  $\alpha = 0,05$  przedział krytyczny  $W_\alpha \in \langle 0; 9010 \rangle$ , stwierdzono dopełnienie tegoż warunku przy obliczonych kwotach  $W_n$  – odpowiednio: 0,9567 (2019) i 0,9826 (2022), wybiegających poza obszar odrzucenia funkcji Gaussa jako właściwej do prezentacji szeregów (Gawinecki i in., 2008, s. 59; Gruszczyński, Podgórska, 2004, s. 90–92; Sobczyk, 1994, s. 176–178). W kroku szóstym zweryfikowano zagadnienie losowości reszt modelu w teście serii. Zliczając liczbę naprzemiennie występujących dodatnich i ujemnych ciągów resztowych, uzyskano łączną wielkość  $S_n = 10$  w omawianym okresie. Zestawiając ją z wartością progową  $S_\alpha$  wynoszącą 6, potwierdzono losowy charakter odchylen między wielkościami empirycznymi  $y_i$  a hipotetycznymi  $\hat{y}_i$  dla obszaru ufności  $1 - \alpha = 0,95$  (Gruszczyński, Podgórska, 2004, s. 52–53; Sobczyk, 1994, s. 260). Natomiast ze względu na spełnione nierówności  $d_U = 1,6850 < d'_n = 1,8663 \leq 4$  i  $d_U = 1,6850 < d_n = 1,9010 \leq 4$  wysunięto w punkcie siódmym wnioszek o braku autokorelacji  $p$  składników losowych  $e_i$  w 2019 i 2022 roku w teście autokorelacji Durбина-Watsona (Aczel, 2000, s. 601–602; Gawinecki i in., 2008, s. 60; Gruszczyński, Podgórska, 2004, s. 59–61). Kalkulując z kolei wariancje dla dwóch podzbiorów  $e_1$  i  $e_2$  szeregów czasowych, obliczono w kroku ósmym wielkości  $F_{m_1, m_2}$ , wynoszące 1,1624 (2019 r.) oraz 1,0885 (2022 r.) w teście Fischera-Snedecora. Porównując je z przedziałem krytycznym  $K \in \langle 5,05; \infty \rangle$ , utworzonym dla dwóch podzbiorów  $m_1 = m_2$  i  $n \div 2 - (k + 1)$  stopni swobody, łatwo zauważyć, iż postulat homoskedastyczności został spełniony (Gawinecki i in., 2008, s. 60–61; Gruszczyński, Podgórska, 2004, s. 76–77).

Z przyjętych ustaleń kluczowe znaczenie dla dalszych dociekań wydaje się mieć kwestia normalnego przebiegu krzywych. Uprawnia ona do użycia mocniejszych co do zasady testów parametrycznych. Stąd przykładowo pragnąc określić oddziaływanie pandemii SARS-COV-2 na zmienną  $Y_{PRP}$  i współtworzące ją składowe  $X_i$  w dwóch fazach: w 2019 roku, to jest na krótko przed jej wybuchem (okres „wejścia”), jak i w trakcie powolnego jej zanikania w 2022 roku (okres „wyjścia”), posłużono się na etapie dziewiątym jednostronnym rozkładem  $t$  Studenta w studium par skojarzonych z dwiema próbami, dla wielkości przeciętnych poszczególnych indyktorów w dwóch populacjach zależnych. Wykazał on na poziomie  $\alpha = 0,05$  i  $n-1 = 18$  stopni swobody znaczące zróżnicowanie wskaźników zagęszczenia placówek bibliotecznych  $BIP$  ( $p = 0,01$ ) i punktów aptecznych  $APP$  ( $p = 0,00$ ) w latach 2019 i 2022 ( $\mu_r = 0$ ). Nie zauważono za to istotnych wahań w notowaniach mierników liczby placówek przedszkolnych  $PRP$  ( $p = 0,08$ ), a zwłaszcza miejsc noclegowych  $NOP$  na 1 km<sup>2</sup> ( $p = 0,36$ ) w omawianym horyzoncie czasowym ( $\mu_r > 0$ ) (H2).



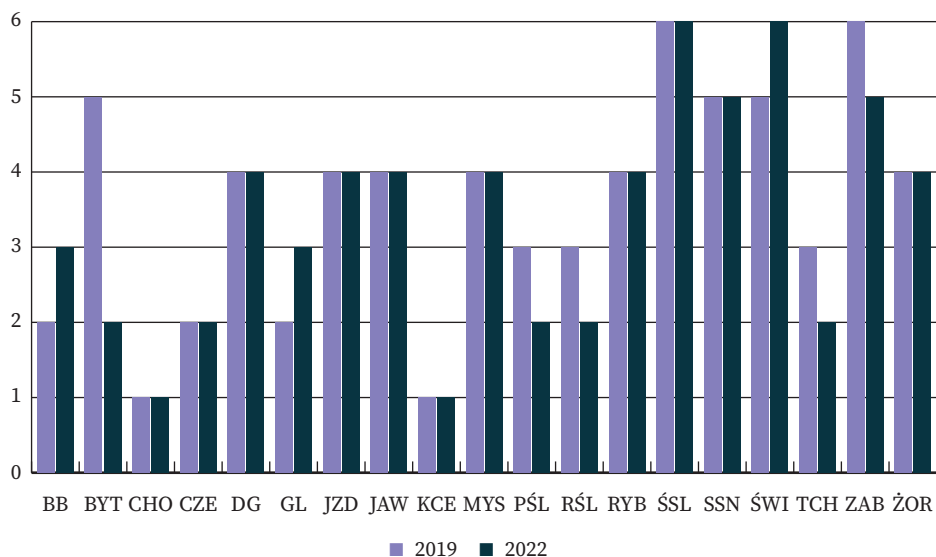
Rys. 2. Rozkład znormalizowanych wskaźników opisujących gęstość placówek przedszkolnych województwa śląskiego w 2022 r. [dane w j.m.]

Źródło: Opracowanie własne

Ostatecznie przeprowadzono czynności klasyfikacyjne miast grodzkich pod kątem skali zagęszczenia placówek przedszkolnych  $PRP$  (zmienna endogeniczna) w województwie śląskim. Tą drogą zastosowano algorytm  $k$  średnich, konstruując

zbiór 6 centroid dla znormalizowanych zmiennych egzogenicznych  $z$ , wywodzących się od mierników: liczby aptek publicznych  $z_{APP}$ , wolumenu bibliotek miejskich  $z_{BIP}$  i liczby miejsc noclegowych  $z_{NOP}$  na jednostkę powierzchni w  $\text{km}^2$  w kroku dziesiątym. Do kalkulacji wartości przeciętnych centroid przyjęto za wektor wejściowy format ciągu liczb odpowiadających kolejnym pozycjom w rankingu, przypisanym proporcjonalnie do każdego klastra<sup>12</sup>. Wykorzystując sumę kwadratów różnic  $i$ -tego wskaźnika od środka jego ciężkości w  $j$ -tej grupie jako odległość euklidesową, utworzono macierz kwadratów odległości  $1 \div 6$  kotwic od  $1 \div 19$  miast grodzkich (o wymiarach  $6 \times 19$ ). Dzięki funkcji minimum Excela dokonano wyboru najmniejszego dystansu od środka ciężkości dla indywidualnego obiektu, w fazie jedenastej.

Kategoryzację klastrową prowadzono do momentu osiągnięcia najmniejszego błędu sumy kwadratów (ang. *Square Sum Error* – SSE), przy jednoczesnym spełnieniu postulatu tzw. konwergencji, to jest uzyskania zbieżności rankingowej między wektorem wejściowym a wyjściowym w końcowej iteracji. Efekt tych starań ujawnia rys. 2. Z rys. 2 da się odczytać, iż najbardziej zbite wydają się klastry 4 i 2, skupiając wokół siebie większość masy ciężkości pojedynczych standaryzowanych wskaźników. Nieco luźniejsze aglomeracje występują w grupie 3, z rozstępem  $\langle -0,546; 0,902 \rangle$ . Najbardziej rozmyty zdaje się natomiast klaster 6, zamykając się w przedziale  $\langle -0,298; 1,684 \rangle$ .



Rys. 3. Klasyfikacja miast grodzkich z perspektywy sieci przedszkoli w Śląskiem przypisanych do 6 klastrów w roku 2019 i 2022 [dane w j.m.]

Źródło: Opracowanie własne

<sup>12</sup> Stąd przybrał on inicjalną formę [1112223334445556666].

W kroku dwunastym dokonano alokacji dziewiętnastu miast grodzkich do sześciu klas obiektów w dwóch okresach, co przedstawia rys. 3. Można postulować, iż z punktu widzenia stopnia zagęszczenia punktów wychowania przedszkolnego pierwszy klaster współtworzą w 2019 i 2022 roku *ex aequo* Chorzów (CHO) i Katowice (KCE). Z pułapu dynamiki wahań w drugim skupieniu w 2022 roku znalazły się placówki przedszkolne w Bytomiu (BYT), Piekarach Śląskich (PŚL), Rudzie Śląskiej (RŚL) i Tychach (TCH). Największą zmianę zaliczył Bytom ( $\Delta+3$ ), pozostałe miasta przesunęły się o jedno miejsce pod względem liczby przedszkoli na 1 km<sup>2</sup> powierzchni ( $\Delta+1$ ) (H3).

## 5. Zakończenie

Narzędzia klasyfikacji obiektów wypełniają, obok metod ich porządkowania, treść wielowymiarowej analizy porównawczej. W omawianym przykładzie przedmiotem dociekań stała się dostępność przedszkoli (PRP) na 1 km<sup>2</sup> w ujęciu kolejnych miast grodzkich województwa śląskiego (zmienna  $Y$ ) i czynniki ją kształtujące (zmienne  $X_i$ ). Przyjęły one postać mierników gęstości. Analiza współczynników korelacji liniowej Pearsona dowiodła, że w latach 2019 i 2022 najsilniejsze alianse z indykatorem liczby placówek przedszkolnych w Śląskiem (PRP) odnoszą się do wskaźników zagęszczenia aptek publicznych (APP) ( $\bar{r}_{xy} = 0,9271$ ) i bibliotek (BIP) ( $\bar{r}_{xy} = 0,8162$ ). Nieco luźniejszy związek z siecią przedszkoli zdaje się ujawniać ułamek liczby miejsc noclegowych do jednostki powierzchni (NOP) ( $\bar{r}_{xy} = 0,5608$ ) (H1). Przepuszczenia co do prawidłowości selekcji poszczególnych wskaźników infrastruktury znalazły swoje uzasadnienie w notowaniach parametrów  $p$ , w modelu regresji wielorakiej w omawianym okresie, przy realizacji postulatów normalności, losowości, autokorelacji składników losowych i ich homoskedastyczności, na poziomie  $\alpha = 0,05$ . Korzystając z własności funkcji Gaussa, zbadano w teście  $t$  Studenta, w studium par skojarzonych z dwiema próbami, wpływ poszczególnych składowych  $X_i$  na zmienną  $Y_{PRP}$  w czasie poprzedzającym pandemię COVID-19 (okres „wejścia”), jak i podczas jej stopniowego zaniku (okres „wyjścia”). Ukazał on dla  $\alpha = 0,05$  i  $n-1 = 18$  stopni swobody istotne różnice notowań wskaźników gęstości placówek bibliotecznych BIP ( $p = 0,01$ ) i punktów aptecznych APP ( $p = 0,00$ ) w 2019 i 2022 roku ( $\mu_r = 0$ ), przy braku fluktuacji kwot mierników liczby placówek przedszkolnych PRP ( $p = 0,08$ ) i miejsc noclegowych NOP na 1 km<sup>2</sup> ( $p = 0,36$ ) w prezentowanym horyzoncie czasowym ( $\mu_r > 0$ ) (H2). Wiedza na temat zmiennych egzogenicznych: APP, BIP i NOP, konstytuujących wysokość kolejnych mierników PRP, doprowadziła w ostatecznym rozrachunku do zbudowania, metodą  $k$  średnich, 6 klastrów, z odpowiednim przypisaniem doń 19 miast grodzkich. Dokonu-

jąc systematyzacji stopnia zagęszczenia przedszkoli, pierwszy klaster przypadł w udziale w 2019 i 2022 roku *ex aequo* Chorzowowi (CHO) i Katowicom (KCE). Z perspektywy zmian w zestawieniu do drugiej kategorii podobieństwa trafiły w 2022 roku, w kolejności alfabetycznej, placówki przedszkolne w Bytomiu (BYT), Piekarach Śląskich (PŚL), Rudzie Śląskiej (RŚL) i Tychach (TCH). Największy przyrost odnotowano w Bytomiu ( $\Delta+3$ ), pozostałe miasta grodzkie awansowały o jedno miejsce w klasyfikacji liczby przedszkoli na 1 km<sup>2</sup> powierzchni ( $\Delta+1$ ) (H3)<sup>13</sup>.

## Bibliografia

- Aczel, A.D. (2000). *Statystyka w zarządzaniu*. PWN.
- Balcerzak-Paradowska, B. (2015). Polityka rodzinna w Polsce – wyzwania, stan, ocena. W: M. Strzelecka, Ł. Kucharczyk-Rok (red.), *Ubezpieczenia społeczne. Teoria i praktyka*, 2(125), 2.
- Bąk, A. (2016). Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu. Taksonomia* 26. *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, 426, 23–25. <http://dx.doi.org/10.15611/pn.2016.426.02>
- CBOS. (2022). Ocena polityki prorodzinnej rządu i zaspokojenie potrzeb prokreacyjnych Polaków. *Komunikat z Badań*, 104, s. 3. [www.cbos.pl](http://www.cbos.pl)
- Dmitruk, J., Gawinecki, J. (2017). Metody wielowymiarowej analizy porównawczej – budowa i zastosowanie. *Biuletyn WAT*, LXVI(4), 107–108.
- Gawinecki, J.A., Gawinecka, A., Kowalski, L. i in. (2008). *Ekonometria w zadaniach*. Wyższa Szkoła Handlu i Prawa im. R. Łazarskiego.
- Gruszczyński, M., Podgórska, M. (red.) (2004). *Ekonometria*. Wyd. SGH.
- GUS. (2024, 22 lipca). *Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2024 r.* Główny Urząd Statystyczny. <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/ludnosc/ludnosc/powierzchnia-i-ludnosc-w-przekroju-terytorialnym-w-2024-roku,7,21.html>
- Kowalewski, G. (2006). Metody klasyfikacji i porządkowania. W: A. Stanimir (red.), *Analiza danych marketingowych. Problemy, metody, przykłady* (s. 101–121). Wyd. AE we Wrocławiu.
- Perlo, D. (2014). *Modelowanie zrównoważonego rozwoju regionów*. Wydawnictwo Uniwersyteckie Trans Humana.
- Pociecha, J. (2008). *Rozwój metod taksonomicznych i ich zastosowań w badaniach społeczno-ekonomicznych*. [stat.gov.pl](http://stat.gov.pl)
- Pośw. (2024). Obwieszczenie Marszałka Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 21 marca 2024 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu ustawy – Prawo oświatowe. Dz. U. 2024, poz. 737.
- Rocznik Statystyczny Województwa Śląskiego. (2019, 30 grudnia). Urząd Statystyczny w Katowicach. <https://katowice.stat.gov.pl/publikacje-i-foldery/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-województwa-slaskiego-2019,4,19.html>
- Rocznik Statystyczny Województwa Śląskiego. (2022, 30 grudnia). Urząd Statystyczny w Katowicach. <https://katowice.stat.gov.pl/publikacje-i-foldery/roczniki-statystyczne/rocznik-statystyczny-województwa-slaskiego-2022,4,22.html>

<sup>13</sup> Z drugiej strony, ponieważ analiza skupień odpowiada za przynależność jednostek do danej grupy, warto uzupełnić ją o studium rankingowe, zapewniając wielowątkową ocenę parametryzacji obiektów.

- Sobczyk, M. (1994). *Statystyka*. PWN.
- Sobolewski, M., Sokołowski, A. (2017). Grupowanie metodą k-średnich z warunkiem spójności. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu. Taksonomia 28. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, 468, 217.
- Ufzo. (2024). Obwieszczenie Marszałka Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 10 kwietnia 2024 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu Ustawy o finansowaniu zadań oświatowych. *Dz. U. 2024*, poz. 754.
- Uosg. (2024). Obwieszczenie Marszałka Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 2 kwietnia 2024 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu Ustawy o samorządzie gminnym. *Dz. U. 2024*, poz. 609.
- Walesiak, M. (2014). Przegląd formuł normalizacji wartości zmiennych oraz ich własności w statystycznej analizie wielowymiarowej. *Przegląd Statystyczny, LXI(4)*, 364–368.

## **Factors Affecting Accessibility of Pre-Schools in District Towns of Śląskie Province during the COVID-19 Pandemic**

**Abstract.** One of the tasks of local government units is to provide sufficient number of places in nursery schools. The aim of this study described in the article was to create a ranking of 19 district towns of Śląskie Province (referred to as objects) in terms of density of nursery schools during the Covid-19 pandemic. The analysis covers two periods: the year 2019, preceding the outbreak of the pandemic (the initial phase) and the year 2022, when its negative impact subsided (the final phase). In order to compare the situation in both periods, the author applied the k-means method, which is a technique used in cluster analysis. The method was applied to a matrix of potential explanatory variables, which were previously standardized, for which squares of Euclidean distances were calculated from their centroids. After reaching the minimum value of the error function and satisfying the criterion of convergence, the iteration of the matrix algorithm stopped. As a result, the 19 objects were classified into 6 clusters. In both reference years the density of pre-schools, i.e. the response variable, was found to be correlated with three explanatory variables: the number of pharmacies, the number of libraries, and the state of accommodation places per 1 km<sup>2</sup>. Significant differences were also noticed between the average density of nursery schools and the density of libraries and pharmacies in the 19 district towns in the two reference years. The biggest change in the ranking between 2019 and 2022 was observed in the case of Bytom ( $\Delta+3$ ), while Piekary Śląskie, Ruda Śląska and Tychy moved one place up to the second cluster ( $\Delta+1$ ).

**Keywords:** k-means cluster analysis, object classification, pandemic, pre-school facilities, Silesian local government